

Исследование модели управления развитием районов дотационного региона на устойчивость. Оптимальная стратегия района

А.П. Этеев

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье исследуется на устойчивость сетевая модель районов в составе дотационного региона как по каждому из своих динамических параметров: основным фондам, трудоспособному населению и эффективностью трудового населения; - так и по их совокупности. Кроме того, решается задача нижнего уровня в иерархической системе в виде равновесия по Нэшу – находятся оптимальные стратегии района при заданном известном распределении субсидий региона между ними.

Ключевые слова: непрерывная динамическая модель, дискретная динамическая модель, дотационный регион, целевые функции, доля инвестиций, взаимоотношения между районами, коэффициент рождаемости, коэффициент смертности, основные фонды, трудовое население, равновесие по Нэшу, оптимальная реакция на управление.

Введение

В статье описывается исследование математической модели управления развитием районов дотационного региона, разработанной в [1]. Модель содержит несколько изменяющихся со временем параметров: основные фонды, трудовое население и его эффективность. Находятся и исследуются на устойчивость точки равновесия в данной модели. На равновесие исследуются как отдельные параметры, приводящие к нему, так и их совокупность.

Также в рассматриваемой модели исследуется задача района максимизации выпуска валовой продукции. Ищется равновесие по Нэшу среди районов при заданном управлении дотационного региона. Дотационный регион распределяет выделенную государством субсидию между районами с целью увеличить экономический потенциал региона. Каждый район имеет свой весовой коэффициент в составе целевой функции региона. Этот коэффициент пропорционален численности населения, живущего в нем. Район, зная размер выделенной ему субсидии, выбирает

долю инвестиций в свое развитие и степень взаимодействия с другими районами.

Обзор литературы

Односекторная модель экономики региона описана Р. Солоу в [2]. В качестве ресурсов для производства выступают основные фонды региона и трудовое население. Часть дохода от выпуска конечного продукта производства идет на пополнение основных фондов, оставшаяся часть дохода идет на потребление населения. Требуется найти такую доли от выпуска конечного продукта, которая пойдет на пополнение основных фондов, при которой удельное потребление на весь период прогнозирования максимально.

В [3] модель Солоу его последователями была расширена на несколько конкурирующих субъектов, а также была дополнена функциями полезности каждого территориального субъекта. Полученная модель имеет название неоклассической модели экзогенного роста Рамсея-Солоу.

В [4] над моделью Рамсея-Солоу введена надстройка в виде верхнего уровня – макрорегиона, объединяющего несколько регионов, учтена экологическая составляющая, а именно учитывались сбросы в атмосферу и гидросферу загрязняющих веществ, полученных в результате производственной и бытовой деятельности человека. Предполагается, что часть сбросов может быть нейтрализована путем очистки, на которую тратятся средства. Кроме того, в [4] были введены коэффициенты взаимосвязи региона с другими регионами. В [5] описано применение ресурсной теории к развитию регионального развития. В [6] для развития региона предлагается комплексная оценка возможностей региона и его приоритетных целей. В [7] к определению стратегии развития региональных структур уже применяется математическое моделирование на основе кластерного анализа и системы ГИС. В [8] обосновывается, что на развитие

территориальной структуры влияет в первую очередь инновации, поэтому именно в нужно вкладывать денежные средства. В [9] рассматривается модель развития именно дотационного региона. В [10] анализируется влияние инноваций на экономический рост региона. Применяются различные эконометрические методы.

В [1] модель, рассматриваемая в [4] была модифицирована для районов региона, причем субсидированного государством. В таких регионах промышленность развита мало, поэтому промышленные выбросы незначительны и ими можно пренебречь. Поэтому модель не учитывает экологические параметры. Кроме того, вводятся зависимости коэффициентов рождаемости и смертности от потребления, а также коэффициента взаимодействия районов – от расстояния между ними.

Математическая модель

Рассматриваемая математическая модель управления развитием районов дотационного региона описана и построена в [1] и имеет вид:

$$Y_i(t) = A_i(t)K_i^{\alpha_i}(t)(R_i(t)L_i(t))^{1-\alpha_i} \quad (1)$$

$$I_i(t) = s_i(t)Y_i(t) \quad (2)$$

$$C_i(t) = [1 - s_i(t)]Y_i(t) \quad (3)$$

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = \eta_i R_i(t) \quad (4)$$

$$\frac{dK_i(t)}{dt} = -\mu_i K_i(t) + \sum_{j=1}^n k_{ji}(t, d_{ij})I_j(t) + Sub_i(t) \quad (5)$$

$$\frac{dL_i(t)}{dt} = (b_i(C_i) - m_i(C_i))L_i(t); \quad (6)$$

$$K_i(0) = K_i^0; \quad L_i(0) = L_i^0; \quad R_i(0) = R_i^0; \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n \kappa_{ij}(t, d_{ij}) = 1;$$

$$i, j = 0, 1, \dots, n; \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$0 \leq s_i(t) \leq 1; \kappa_{ij} \geq 0; \quad (8)$$

где индекс i обозначает район в составе региона. Время $t = 0, 1, 2, \dots$ в модели изменяется с шагом в один год, $Y_i(t)$ – конечный продукт района в финансовом выражении в году t ; $K_i(t)$ – основные производственные фонды района в году t ; $L_i(t)$ – трудовые ресурсы района в году t ; $R_i(t)$ – эффективность трудовых ресурсов района в году t ; $A_i(t)$ – функция влияния инновационной активности района на производство конечного продукта в году t ; α_i – параметр производственной функции Кобба-Дугласа для района; $I_i(t)$ – величина производственных инвестиций района в году t ; $C_i(t)$ – объем непродовольственного потребления района в году t ; $s_i(t)$ – доля производственных инвестиций района в его конечном продукте в году t ; η_i – параметр роста эффективности трудовых ресурсов района; μ_i – коэффициент амортизации основных фондов района; $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ – доля инвестиций i -го района в деятельность j -го района (коэффициент взаимодействия между агентами); $b_i(C_i)$, $m_i(C_i)$ – коэффициенты воспроизводства и выбытия трудовых ресурсов для района; K_i^0 , L_i^0 , R_i^0 – заданные начальные значения соответствующих переменных модели; $Sub(t)$ – субсидии региону со стороны государства. Коэффициент рождаемости $b_i(C_i)$ – становится функцией от текущего уровня жизни, характер зависимости которой неоднозначен. Коэффициент смертности $m_i(C_i)$ также рассматривается как функция, убывающая по своему аргументу, отвечающему за текущий уровень жизни населения. Параметр $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ является функцией от t и убывающей функцией от параметра d_{ij} .

Целевая функция района с учетом дисконтирования во времени:

$$\bar{J}_i = \sum_{t=1}^T e^{-\rho t} Y_i(t) \rightarrow \max \quad (9)$$

Выражения (1) – (9) и составляют математическую модель управления развитием районов дотационного региона.

Нахождение точек равновесия в системе

Найдем точки равновесия в модели из соотношений динамики (4) – (6).

В соотношении $\frac{dR_i(t)}{dt} = \eta_i R_i(t)$ имеется две точки равновесия - $R_i(t) = 0$ или $R_i(t) = R_{i0}$ при $\eta_i = 0$. Ни один из этих вариантов не отвечает устойчивому развитию районов, так как при них либо эффективность трудового населения нулевая, либо не растет, что говорит об отсутствии прогресса, а следовательно, об отсутствии развития.

В соотношении $\frac{dL_i(t)}{dt} = (b_i(C_i) - m_i(C_i))L_i(t)$ возможны две точки равновесия $L_i(t) = 0$ или $L_i(t) = L_{i0}$ при $b_i(C_i) = m_i(C_i)$. Первая ситуация также является пессимистичной и не отвечает задачам настоящего исследования о развитии региона. Вторая ситуация рассматривает лишь сохранение населения в уже имеющемся количестве.

Можно подобрать величину потребления района, при котором рождаемость равна смертности. Такая величина существует при

$$\lim_{C_i \rightarrow +\infty} \frac{D_i(e^{d_i C_i} - 1)}{e^{d_i C_i} + D_i} = D_i > m_i^{min} \quad (\text{Рис.1}), \text{ т.к. при отсутствии потребления}$$

смертность равна 100% населения, а рождаемость нулевая.

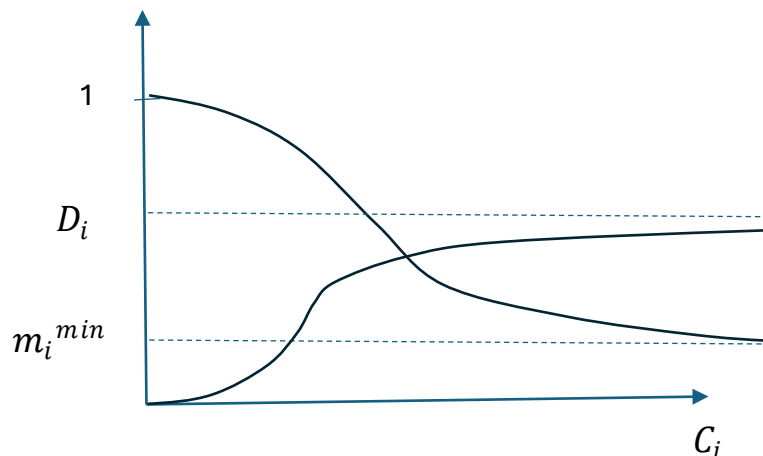


Рисунок 1. Соотношения линий коэффициентов рождаемости и смертности в зависимости от потребления при условии $D_i > m_i^{min}$.

Если же $\lim_{C_i \rightarrow +\infty} \frac{D_i(e^{a_i C_i} - 1)}{e^{a_i C_i} + D_i} = D_i < m_i^{min}$ (Рис.2), то даже самое большое

потребление не перекрывает даже минимальную смертность, а значит невозможно сохранить уже имеющееся количество населения.

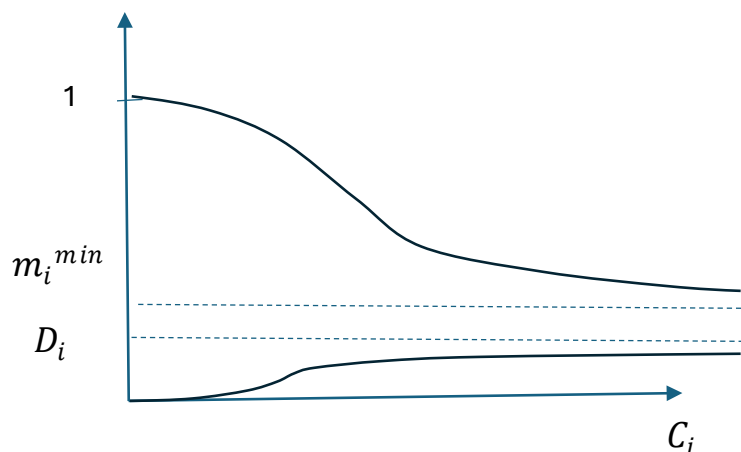


Рисунок 2. Соотношения линий коэффициентов рождаемости и смертности в зависимости от потребления при условии $D_i < m_i^{min}$.

То есть, в самом оптимистичном случае можно лишь сохранить население в уже имеющихся размерах при отсутствии роста его эффективности.

Один их выводов, который можно сделать из условия равновесия количества населения: для сохранения количества населения можно не только повышать рождаемость, но и уменьшать смертность либо увеличить эффективность работы населения.

Если среди $s_i^* \leq 1 - \frac{C_i^*}{Y_i^*}$ найдется хоть одно, при котором равновесны основные фонды, то задача нахождения равновесия имеет решение. Поэтому на потребление надо потратить долю $s_i^* = 1 - \frac{C_i^*}{Y_i^*}$, остальное можно потратить на развитие основных фондов.

Нахождение решение задачи района в составе дотационного региона

Найдем $s_i^*(t)$ при котором целевая функция агента стремится к максимуму методом математической индукции.

Для прогнозирования в отрезок времени длиной 2 целевая функция агента выглядит следующим образом

$$J_i = e^{-\rho} Y_i(1) + e^{-2\rho} Y_i(2) = e^{-\rho} A_i(1) (K_i^0)^{\alpha_i} (R_i^0 L_i^0)^{1-\alpha_i} + \\ + e^{-2\rho} A_i(2) (K_i^1)^{\alpha_i} (R_i^1 L_i^1)^{1-\alpha_i} \rightarrow \max_{p_{ij}^0, s_i^0}$$

Решая эту задачу получим что $p_{ji}(t)$ максимизирует целевую функцию агента только, если $p_{ii}(t) = 1$, а $p_{i,j \neq i}(t) = 0$. То есть теоретически району невыгодно вкладывать в развитие других районов, так как взаимные вложения негарантированы. Рассмотрим два случая: 1) когда регион не получает субсидии; 2) когда регион получает субсидии.

Если регион не получает субсидии от региона (то есть $Sub_i^0 = 0$), то в этом случае возможны два случая:

1) $1 + b_i - m_i > 0$.

В этом случае получим, что $s_i^1 = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$.

2) $1 + b_i - m_i = 0$.

Это возможно только при нулевом потреблении, т.е. когда все средства идут на инвестиции в производство, т.е. при $s_i^1 = 1$. Интерпретация данного случая – население вымирает полностью при отсутствии потребления.

Далее рассмотрим случай наличия субсидирования региона. Пусть каждый район региона получает каждый момент времени субсидию

$Sub_i^t > 0$. Субсидии значительно превышают возможности самого региона по обеспечению своих расходов и инвестиций в свое развитие. Поэтому

$$(1 - \mu_i)K_i^0 + s_i^1 Y_i^0 + Sub_i^0 \approx (1 - \mu_i)K_i^0 + Sub_i^0$$

То есть фактически правая часть условия первого порядка не зависит от величины s_i^1 . При этом и население поддерживается примерно на одном уровне по численности, так как $1 + b_i - m_i$ при больших субсидиях не зависит от s_i^1 и принимает постоянное значение.

Заключение

В статье исследуется сетевая модель районов в составе дотационного региона. Найдены точки равновесия по основным фондам, трудоспособному населению и эффективностью трудового населения, и по совокупности двух последних параметров.

Решена задача нижнего уровня в рассматриваемой модели – находятся оптимальные инвестиции в производство района при заданном известном распределении субсидий региона между ними. Доказано, что району выгодно не вкладывать свои ресурсы в развитие других районов, а выгодно вкладывать ресурсы лишь в свое развитие. В случае отсутствия субсидий выгодно почти все средства района тратить на инвестиции в производства ($s_i^1 = 1 - \epsilon$), в то время как при субсидировании района инвестиции самого района в производство незначительно сказываются на значении его целевой функции.

В дальнейшем предполагается при помощи найденной оптимальной реакции района на полученную субсидию от региона найти оптимальное распределение последней между районами, а также учесть влияние возможных коопераций участников системы на распределение субсидий.

Литература

1. Горбанева О.И., Этеев, А.П. Модификация региональной модели Солоу для управления развитием районов дотационного региона на примере Республики Калмыкия // Инженерный вестник Дона, 2025, №3. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_76N12y24_gorbaneva_eteev.pdf_973e7002c3.pdf.
2. Solow R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function // The Review of Economics and Statistics. 1957. 39(3). pp. 312—320.
3. Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ougolnitsky, G.A. Public-Private Partnership in Regional Development as a Tool of Sustainable Management // Journal of Sustainability Research. 2024. №6(3). P. 240049.
4. Anopchenko T., Gorbaneva O., Lazareva E., Murzin A., Ougolnitsky G. Modeling Public-Private Partnerships in Innovative Economy: A Regional Aspect // Sustainability. 2019. №11(20). P. 5588.
5. Шегельман, И.Р., Рудаков, М.Н. О приложении ресурсной теории к оценке конкурентных преимуществ региона в области рационального природопользования // Инженерный вестник Дона, 2014, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2232.
6. Борукаев, А.З. Управленческие приоритеты регионального социально-экономического развития // Инженерный вестник Дона, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/464.
7. Аджиев А.А., Нови И. Н. Моделирование и управление пространственным развитием регионов: методологические подходы и инструменты // Научный аспект, т.5, №6, 2024, с. 542-548.
8. Лапаев Д. Н., Михайлов А. В. Стратегическое управление социально-экономическим развитием дотационного региона // Управление экономическими системами»: электронный научный журнал, № 10 (46), 2012, с. 1-14.

9. Никонова Я.И. Оценка влияния инноваций и их финансирования на экономический рост национальной экономики // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. 11 (53). URL: research-journal.org/archive/11-53-2016-november/ocenka-vliyaniya-innovaciy-i-ix-finansirovaniya-na-ekonomicheskij-rost-nacionalnoj-ekonomiki (дата обращения: 01.11.2024). doi: 10.18454/IRJ.2016.53.190.

10. Шимановский Д.В. Инновации как фактор экономического роста регионов России: эконометрический анализ // Вестник Пермского университета. Серия: экономика. 2022. №17(2). С. 145-160.

References

1. Gorbaneva O.I., Jeteev, A.P. Inzhenernyj vestnik Dona, 2025, №3. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_76N12y24_gorbaneva_eteev.pdf_973e7002c3.pdf

2. Solow R. M. Technical The Review of Economics and Statistics. 1957. 39(3). P. 312—320.

3. Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ougolnitsky, G.A. Journal of Sustainability Research. 2024. №6(3). p. 240049.

4. Anopchenko T., Gorbaneva O., Lazareva E., Murzin A., Ougolnitsky G. Sustainability. 2019. №11(20). p. 5588.

5. Shegel'man, I.R., Rudakov, M.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2014, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2232.

6. Borukaev, A.Z. Inzhenernyj vestnik Dona, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/464.

7. Adzhiev A.A., Novi I. N. Nauchnyj aspekt, t.5, №6, 2024, pp. 542-548.

8. Lapaev D. N., Mihajlov A. V. Upravlenie jekonomicheskimi sistemami»: jelektronnyj nauchnyj zhurnal, № 10 (46), 2012, pp. 1-14.

9. Nikonova Ya.I. Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal. 2016. 11 (53). URL: research-journal.org/archive/11-53-2016-november/ocenka-



vliyaniya-innovacij-i-ix-finansirovaniya-na-ekonomicheskij-rost-nacionalnoj-ekonomiki (Date accessed 01.11.2024). doi: 10.18454/IRJ.2016.53.190.

10. Shimanovskiy D.V. Vestnik Permskogo universiteta. Seriya: ekonomika. 2022. №17 (2). pp. 145-160.

Дата поступления: 17.06.2025

Дата публикации: 26.07.2025